

УДК 621.771.01

Тарасов А. Ф.
Колесникова Г. В.
Спаская А. М.
Закорвашевич Н. А.

РЕГРЕССИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГОСИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКИ

Совершенствование оборудования требует больших затрат от производителя металлопродукции, что является проблематичным в условиях отечественной экономики. Использование численных математических моделей [1–3] для создания систем автоматического регулирования толщины (САРТ) оправдано с точки зрения точности получаемых результатов, однако, делает процесс расчетов длительным, требующим мощной вычислительной техники и значительного количества времени. Следовательно, актуальным является построение математической модели, погрешность результатов которой была бы невелика, а время исполнения и требования к аппаратным ресурсам небольшими.

Целью работы является построение регрессионной модели расчета энергосиловых параметров процесса холодной прокатки.

Численная одномерная модель позволяет в полной мере учесть характер распределений геометрических параметров, механических свойств и условий контактного трения по длине очага деформации процесса прокатки [1–3].

Используемая схема решения является рекуррентной. Помимо собственно рекуррентного решения, рассматриваемая математическая модель процесса холодной прокатки, включает в себя еще ряд процедур, а именно:

- расчет геометрических и силовых параметров для зоны упругого восстановления полосы на выходе из очага деформации, обеспечивающий определение расчетных значений напряжений переднего натяжения σ_{1p} ;

- организацию итерационной процедуры по определению протяженностей зон опережения, обеспечивающих соответствие расчетных σ_{1p} и заданных σ_1 значений напряжений переднего натяжения;

- организацию итерационного решения по учету упругого сплющивания рабочих валков и прокатываемой полосы;

- численное интегрирование полученных локальных характеристик напряженного состояния металла, имеющее своей целью определение силы P [1–3].

Выполнение данных процедур требует значительных затрат машинного времени. Выявлено, что расчет силы прокатки на компьютере средней мощности составляет от 1 до 2 минут, что для САР является недопустимым.

При этом с точки зрения САРТ искомой величиной является сила прокатки, которая определяет конечную толщину прокатываемой полосы, а, следовательно, и величину необходимого перемещения исполнительных органов рабочих валков [4].

С учетом нелинейного характера зависимостей энергосиловых параметров процесса прокатки был использован пятифакторный план Хартли [5]. В данном случае для холодной прокатки были выделены следующие варьируемые параметры, интервалы варьирования которых приведены в табл. 1: начальная (h_0) и конечная толщина (h_1) полосы, коэффициент внешнего трения (f), коэффициент скоростной асимметрии (K_v), напряжений текучести материала прокатываемой ленты (σ_{T0}).

Планы второго порядка позволяют получить математическое описание в виде полной квадратичной модели, содержащей, основные эффекты b_i , парные взаимодействия b_{ij} и квадратичные эффекты b_{ii} :

$$P_p = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} \cdot x_i^2 + \sum_{\substack{i,j \\ i < j}}^n b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j . \quad (1)$$

Таблица 1
Факторное пространство пятифакторного плана, используемого для расчета силы прокатки $P_{рег}$

Уровень варьирования	Факторы				
	X ₁ h ₀	X ₂ h ₁	X ₃ f	X ₄ K _v	X ₅ σ _{T0}
	мм	мм	–	–	Н/мм ²
+	1,1	0,77	0,165	1,1	163,9
0	1,0	0,7	0,15	1,05	149
–	0,9	0,63	0,135	1,0	134,1

Количественная оценка коэффициентов регрессии вида b_0 , b_i , b_{ij} , b_{ii} производилась согласно зависимостям [4]:

$$b_0 = O_1 \sum_1^n y_i - \frac{O_1}{O_2} \sum_1^k b_{ii} \cdot \bar{x}_i^2 ; \quad (2)$$

$$b_i = O_2 \sum_1^n x_i \cdot y_i ; \quad (3)$$

$$b_{ij} = O_3 \sum (x_i^2 - \bar{x}_i^2) \cdot y_i ; \quad (4)$$

$$b_{ij} = O_4 \sum x_i \cdot x_j \cdot y_i . \quad (5)$$

В зависимости от количества факторов значения O_1 , O_2 , O_3 , O_4 варьируются, для пятифакторного эксперимента: $O_1 = 0,03704$, $O_2 = 0,04811$, $O_3 = 0,07220$, $O_4 = 0,06250$.

Модель строилась на основе меди, номинальная начальная толщина 1,0 мм, номинальная конечная толщина 0,7 мм, радиусы рабочих валков 200 мм.

Коэффициенты регрессии для данной модели составили табл. 2.

Таблица 2
Коэффициенты регрессии для пятифакторного плана Хартли

b ₀	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₁₁	b ₂₂
4 × 10 ³	1,17 × 10 ³	–920,577	51,657	244,614	51,659	–62,43	34,67
b ₃₃	b ₄₄	b ₅₅	b ₁₂	b ₁₃	b ₁₄	b ₁₅	b ₂₃
15,57	13,62	15,57	115,304	58,115	90,11	58,116	58,111
b ₂₄	b ₂₅	b ₃₄	b ₃₅	b ₄₅			
28,189	58,112	58,112	64,149	58,111			

Интервал варьирования равен 10 % для начальной и конечной толщины полосы, коэффициента внешнего трения, напряжений текучести материала прокатываемой ленты, кроме коэффициента скоростной асимметрии.

Значения полученных в этом случае коэффициентов регрессии для расчета силы процесса холодной прокатки P_p с использованием зависимости (1) представлены в табл. 3.

Таблица 3

Пятифакторный план Хартли

№	Факторы					Расчетные значения			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	P _м	P _{рег}	$\frac{P_m - P_{рег}}{P_m} \cdot 100$	$\frac{P_m}{P_{рег}}$
1	+	+	+	+	+	5297,9	5266,9	0,584	1,006
2	-	-	+	+	+	4177,8	4172,4	0,128	1,001
3	-	+	-	-	-	1799,3	1817,5	-1,012	0,99
4	+	-	-	-	-	5746,0	5768,9	-0,399	0,996
5	-	+	-	+	+	2049,3	2041,6	0,372	1,004
6	+	-	-	+	+	6243,7	6240,8	0,046	1,003
7	+	+	+	-	-	3965,95	3960,8	0,13	1,001
8	-	-	+	-	-	3783,96	3804,4	-0,541	0,995
9	-	+	+	+	-	2049,3	2041,6	0,372	1,004
10	+	-	+	+	-	6243,7	6240,8	0,046	1,003
11	+	+	-	-	+	3965,96	3960,8	0,13	1,001
12	-	-	-	-	+	3783,96	3804,4	-0,541	0,995
13	-	+	+	-	+	1799,3	1791,6	0,423	1,004
14	+	-	+	-	+	5746,01	5743,1	0,05	1,003
15	+	+	-	+	-	4368,1	4362,9	0,118	1,001
16	-	-	-	+	-	4177,82	4198,2	-0,49	0,995
17	0	0	0	0	0	4071,5	4059	0,305	1,003
18	+	0	0	0	0	5068	5113,7	-0,902	0,991
19	-	0	0	0	0	2919	2879,5	1,35	1,014
20	0	+	0	0	0	3110	3173,1	-2,031	0,98
21	0	-	0	0	0	5071,2	5014,3	1,121	1,011
22	0	0	+	0	0	4070	4126,3	-1,346	0,987
23	0	0	-	0	0	4071,5	4022	1,191	1,012
24	0	0	0	+	0	4262,3	4317,3	-1,291	0,987
25	0	0	0	-	0	3876,8	3828	1,256	1,013
26	0	0	0	0	+	4071	4127	-1,34	0,987
27	0	0	0	0	-	4073	4023	1,20	1,012

Значения полученных в этом случае коэффициентов регрессии для расчета силы процесса холодной прокатки P_p с использованием зависимости (1) представлены в табл. 3. Анализ полученных результатов показал их качественное соответствие результатам ряда других исследований, при этом среднее выборочное значение соотношения силы прокатки, рассчитанной с использованием численной одномерной математической модели P_m и разработанного регрессионного аналитического описания P_p , составило 0,999, а при доверительной вероятности 0,95 доверительный интервал данного соотношения соответствовал $0,993 < \frac{P_m}{P_p} < 1,006$. Отмеченное свидетельствует о достаточной степени достоверности полу-

ченных регрессионных математических моделей и, как следствие, о возможности их дальнейшего использования применительно к решению в реальном масштабе времени многовариантных задач, связанных с совершенствованием и автоматизированным проектированием технологий процесса холодной симметричной прокатки относительно тонких лент.

Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния металла, позволяющая исключить процедуру по итерационному определению протяженности зон опережения. Вносимая в этом случае относительная погрешность при определении силы прокатки не превысила 3,0 %.

Так же была построена регрессионная модель шести факторного эксперимента. Учитываемые в эксперименте факторы начальная (h_0) и конечная толщина (h_1) полосы, коэффициент внешнего трения (f), напряжение текучести материала прокатываемой полосы (s_{T0}), переднее натяжение прокатываемой полосы (T_0), заднее натяжение прокатываемой полосы (T_1).

Количественная оценка коэффициентов регрессии вида b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} производилась согласно методу наименьших квадратов.

Интервал варьирования равен 10 % для начальной (h_0) и конечной толщина (h_1) полосы, коэффициента внешнего трения (f), напряжения текучести материала прокатываемой полосы (s_{T0}), переднее натяжение прокатываемой полосы (T_0), заднее натяжение прокатываемой полосы (T_1).

Таблица 4

Факторное пространство шестифакторного плана, используемого для расчета силы прокатки $P_{рег}$

Уровень варьирования	Факторы					
	X ₁ h ₀	X ₂ h ₁	X ₃ f	X ₄ s _{T0}	X ₅ T ₀	X ₆ T ₁
	мм	мм	–	–		
+	1,1	0,77	0,165	163,9	32,78	22,946
0	1,0	0,7	0,15	149	29,8	20,86
–	0,9	0,63	0,135	134,1	26,82	18,774

Значения полученных в этом случае коэффициентов регрессии для расчета силы процесса холодной прокатки P_p с использованием зависимости (1) представлены в табл. 5.

Анализ полученных результатов показал их качественное соответствие результатам ряда других исследований, при этом среднее выборочное значение соотношения силы прокатки, рассчитанной с использованием численной одномерной математической модели P_m и разработанного регрессионного аналитического описания P_p составило 0,999994, а при доверительной вероятности 0,95 доверительный интервал данного соотношения соответствовал $0,999956 < \frac{P_m}{P_p} < 1,000031$. Отмеченное свидетельствует о достаточной степени досто-

верности полученных регрессионных математических моделей, и как следствие, о возможности их дальнейшего использования применительно к решению в реальном масштабе времени многовариантных задач, связанных с совершенствованием и автоматизированным проектированием технологий процесса холодной симметричной прокатки относительно тонких лент.

Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния металла, позволяющая исключить процедуру по итерационному определению протяженности зон опережения. Вносимая в этом случае относительная погрешность при определении силы прокатки не превысила 1,0 %, что более точно, чем в предыдущей модели.

Таблица 5

Шестифакторный план Хартли

№	Факторы						Расчетные значения			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	P _м	P _{рег}	$\frac{P_m - P_{рег}}{P_m} \cdot 100$	$\frac{P_m}{P_{рег}}$
1	-	-	-	-	+	+	5142,6	5143	$8,614 \cdot 10^{-4}$	0,999922
2	-	-	-	+	-	+	5477,2	5477	$8,088 \cdot 10^{-4}$	1,000037
3	-	-	+	-	-	+	5721,4	5721	$7,743 \cdot 10^{-4}$	1,000007
4	-	-	+	+	+	+	6364,4	6364	$6,96 \cdot 10^{-4}$	1,000063
5	-	+	-	-	+	-	2521,9	2522	$1,757 \cdot 10^{-3}$	0,99996
6	-	+	-	+	-	-	2756,6	2757	$1,607 \cdot 10^{-3}$	0,999855
7	-	+	+	-	-	-	2644,6	2645	$1,675 \cdot 10^{-3}$	0,999849
8	-	+	+	+	+	-	3035,5	3035	$1,459 \cdot 10^{-3}$	1,000165
9	+	-	-	-	+	-	7483,3	7483	$5,92 \cdot 10^{-4}$	1,00004
10	+	-	-	+	-	-	7897,9	7898	$5,609 \cdot 10^{-4}$	0,999987
11	+	-	+	-	-	-	8656,9	8657	$5,117 \cdot 10^{-4}$	0,999988
12	+	-	+	+	+	-	9462,02	9462	$4,682 \cdot 10^{-4}$	1,000002
13	+	+	-	-	+	+	5243	5242	$8,449 \cdot 10^{-4}$	1,000191
14	+	+	-	+	-	+	5605,4	5605	$7,903 \cdot 10^{-4}$	1,000071
15	+	+	+	-	-	+	5760,6	5761	$7,69 \cdot 10^{-4}$	0,999931
16	+	+	+	+	+	+	6379,8	6380	$6,944 \cdot 10^{-4}$	0,999969
17	0	0	0	0	0	0	5694,2	5691	$0,062 \cdot 10^{-3}$	1,000562
18	+	0	0	0	0	0	7004,6	7005	$5,059 \cdot 10^{-3}$	0,999943
19	-	0	0	0	0	0	4143,6	4144	$8,553 \cdot 10^{-3}$	0,999903
20	0	+	0	0	0	0	4338,3	4339	$8,169 \cdot 10^{-3}$	0,999839
21	0	-	0	0	0	0	7121,3	7122	$4,976 \cdot 10^{-3}$	0,999902
22	0	0	+	0	0	0	6050,7	6051	$5,857 \cdot 10^{-3}$	0,99995
23	0	0	-	0	0	0	5359,9	5360	$6,612 \cdot 10^{-3}$	0,999981
24	0	0	0	+	0	0	5924,09	5924	$5,982 \cdot 10^{-3}$	1,000015
25	0	0	0	-	0	0	5454,2	5455	$6,498 \cdot 10^{-3}$	0,999853
26	0	0	0	0	+	0	5745,3	5746	$6,168 \cdot 10^{-3}$	0,999878
27	0	0	0	0	-	0	5642,07	5642	$6,281 \cdot 10^{-3}$	1,000012
28	0	0	0	0	0	+	5694,2	5695	$6,224 \cdot 10^{-3}$	0,99986
29	0	0	0	0	0	-	5693,1	5693	$6,225 \cdot 10^{-3}$	1,000018

Коэффициенты регрессии для данной модели составили табл. 6.

Расчет силы прокатки с помощью регрессионной модели на компьютере средней мощности занимает менее 1 секунды, что приемлемо для САПР.

Таблица 6

Коэффициенты регрессии для шестифакторного плана Хартли

b ₀	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₁₂	b ₁₃
5690,7	1430,5	-1391,5	345,4	234,945	51,615	0,55	76,68	135,1
b ₁₄	b ₁₅	b ₁₆	b ₂₃	b ₂₄	b ₂₅	b ₂₆	b ₃₄	b ₃₅
37,38	11,42	0,355	-156,9	-36,9	-17,87	-3,955	17,88	2,8
b ₃₆	b ₄₅	b ₄₆	b ₅₆	b ₁₁	b ₂₂	b ₃₃	b ₄₄	b ₅₅
-23,8	23,182	7,11	1,155	-116,2	39,4	14,998	-1,16	3,38
b ₆₆								
3,3								

ВЫВОДЫ

Рассмотрено численное решение конечно-разностной формы условия статического равновесия зоны пластического формоизменения, а именно рассмотрено численное решение, использующее ряд уточняющих итерационных процедур. Сделан вывод, что данная схема решения не может быть использована для создания САРТ полосы.

Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния металла, позволяющая исключить процедуры по итерационному определению протяженности зон опережения и упругого сплющивания валков на основе организации численных математических моделей в соответствии с элементами теории планируемого эксперимента. Вносимая в этом случае относительная погрешность при определении силы прокатки не превысила 2,0 %. Так же разработана аналогичная математическая модель для 6 факторов, вносимая погрешность не более 1 %. Моделирование с использованием 6 факторного плана Хартли дает более точный результат, по сравнению с моделью, использующей пятифакторный план Хартли.

Поскольку время, затрачиваемое на расчет режима обжатий с помощью численной модели, недопустимо для САРТ, актуально создание регрессионной модели процесса холодной прокатки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сатонин А. В. Математическое моделирование напряжений, деформаций и основных показателей качества при прокатке относительно широких листов и полос : монография / В. А. Федоринов, А. В. Сатонин, Э. П. Грибков. – Краматорск, 2010. – 244 с.
2. Сатонин А. В. Математическое моделирование процесса прокатки относительно тонких листов и полос с изменяющимися по толщине уровнями физико-химических свойств / А. В. Сатонин // Наука. Производство. Предпринимательство развитию металлургии : сб. научных трудов конференции. – Донецк : «ЛИК». – 1998. – С. 128–135.
3. Сатонин А. В. Численное конечно-разностное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации различных технологических схем обработки давлением / А. В. Сатонин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – Краматорськ : ДДМА. – 2001. – С. 559–564.
4. Целиков А. И Теория продольной прокатки / Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М. : Металлургия. – 1980. – 320 с.
5. Ковшов В. Н. Постановка инженерного эксперимента / В. Н. Ковшов. – К. : Вища школа, 1982. – 304 с.

Тарасов А. Ф. – д-р техн. наук, проф. кафедры КИТ ДГМА;
 Колесникова Г. В. – аспирант ДГМА;
 Спаская А. М. – аспирант ДГМА;
 Закорвашевич Н. А. – студент ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua